

基于权重迭代的偏好多目标分解算法 解决参考点对算法影响的研究

郑金华^{1,2}, 喻 果^{1,2}, 贾 月^{1,2}

(1. 湘潭大学信息工程学院, 湖南湘潭 411105; 2. 湘潭大学“智能计算与信息处理”教育部重点实验室, 湖南湘潭 411105)

摘 要: 在传统偏好多目标进化算法中,参考点是表达决策者的偏好信息最常用的方式,但是参考点所处位置信息有时严重影响算法的性能. 针对以上问题,本文提出了一种基于权重迭代的偏好多目标分解算法(MOEA/D-PRE),主要利用权重迭代方法获取一组均匀的权重向量,并对偏好区域进行映射,使得算法在进化过程中,不用考虑参考点所处位置信息对算法性能的影响,另外提出了一种稳定可控的偏好区域模型,能响应决策者设置任意大小的偏好区域. 通过对比实验表明该算法具有较好的收敛性和分布性,同时给出了满足决策者不同要求的算法模型,并且能够很好的解决参考点的位置信息对算法的影响.

关键词: 多目标分解算法; 进化算法; 偏好; 权重迭代; 决策者

中图分类号: TP18

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2016)01-0067-10

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.01.011

Research on MOEA/D Based on User-Preference and Alternate Weight to Solve the Effect of Reference Point on Multi-Objective Algorithms

ZHENG Jin-hua^{1,2}, YU Guo^{1,2}, JIA Yue^{1,2}

(1. Department of Information Engineering, Xiangtan University, Xiangtan, Hunan 411105, China;

2. Key Laboratory of Intelligent Computing and Information Processing (Ministry of Education), Xiangtan, Hunan 411105, China)

Abstract: In MOEAs based on user-preference, reference point is most commonly used to express the preference information, but the position of reference point has detrimental effect on the performance of algorithms. According to this issue, this paper proposes MOEA/D-PRE that combines MOEA/D with preference information and alternate weight method. This algorithm applies the alternate weight method to map the region of interest of the decision maker, which can avoid the influence of the reference point, and the model is easy for the decision maker to adjust the size of preference region. Experimental results show that this approach has much better performance. Moreover, this paper proposes different models to satisfy different demands of the decision maker, which has provided a new way to solve MOPs based on preference information and especially to tackle the effect of reference point.

Key words: MOEA/D (multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition); evolution algorithm; preference; alternate weight; decision maker

1 引言

多目标进化算法(Multi-Objective Evolutionary Algorithms, MOEAs)是一种模拟生物进化来解决多目标优化问题(Multi-Objective Optimization Problems, MOPs)的全局搜索算法.

近年来,MOEAs的研究焦点主要集中于适应值分配策略的设计^[1],保持 Pareto 最优解的分布性^[2]及提高

算法收敛性^[3]等. 现实生活中,设计者也只需要把筛选好的方案提供给决策者. 因为实际问题中,往往由于个人的偏好或问题的需求,决策者通常只对某些区域内的 Pareto 折中解感兴趣^[4],从而多目标优化与决策者偏好信息相结合成为了一个新兴的热点问题^[5]. 通过引入偏好信息,算法将全部计算资源用来获取偏好区域的 Pareto 解集,从而提高算法的求解效率,同时便于决策者高效做出最终决策.

目前,在这方面产生了许多的经典算法,能有效地将偏好信息与多目标进化算法结合起来. Fonseca 和 Fleming^[6] 最早将 DM 的偏好信息纳入进化算法中,定义了“Preferability”的关系算子;Cvetkovic 和 Parmee^[7,8] 通过模糊偏好矩阵把决策者对各目标的偏好信息定量转化为目标的权重值,并建立基于权重值的“Pareto 支配”关系;崔逊学等^[4] 提出多准则中“ELECTRE”法构造的“级别不劣于”关系;Molina 等^[9] 通过放松“Pareto 关系”,提出一种 G-dominance 的支配关系;Lamjed Ben Said 等^[10] 在“Pareto 关系”的基础上,提出一种严格的偏序关系,称之为 R-dominance 的支配关系等.

然而,目前基于参考点的偏好的多目标进化算法存在以下两点不足之处:

第一,当 DM 给定参考点离 Pareto 面很近、在 Pareto 面上或者在可行域里时,尤其当参考点在 Pareto 面上时,算法性能表现尤其不稳定,很有可能导致算法的不收敛、性能不稳定. 当算法逼近参考点时,种群落在参考点附近狭窄的局部区域时,由于进化算法为随机算法,只有基于一定的概率产生与参考点相同或非常近的个体时,算法才会收敛,也正因为这样,算法也有可能往相反的方向进化,当部分个体基于一定的概率跳出偏好区域,带领整个种群脱离了偏好区域,从而导致算法的不收敛. 当参考点在可行区域时,算法在参考点和 Pareto 面上对应偏好区域之间往返进化,导致消耗算法计算资源. 例如:G-dominance 当参考点在 Pareto 面上时,算法会退化,甚至不收敛. R-dominance, 当参考点在可行域内时,算法将不收敛.

第二,很多偏好多目标进化算法都没有考虑 DM 对偏好区域大小的要求,所得到的偏好区域大小随着参考点地移动而变化,从而得不到稳定的偏好区域,实验表明 R-dominance 存在这样的缺陷.

针对以上的问题,本文提出了算法 MOEA/D-PRE, 其主要的贡献如下:

(1) 针对于决策者的不同的偏好信息,分析 G-dominance 和 R-dominance 的理论原理,给出了两种具体的模型,参考点不动和运动的偏好模型以及偏好区域大小变化的偏好模型.

(2) 通过分析标准边界交叉的方法,给出了一个获取权重向量的新模型和映射方法.

(3) 通过实验证明了参考点的位置关系严重影响 G-dominance 与 R-dominance 的性能.

(4) 实验验证了本文算法的性能,并对算法进行了评估,与算法 G-dominance 和 R-dominance 进行性能比较,验证了本文算法具有较好的优越性.

1.1 基本概念

不失一般性,下面给出无约束的连续多目标优化问题:

$$\min F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)), x \in \prod_{i=1}^n [a_i, b_i]$$

其中 $x \in \Omega$, Ω 为决策空间, $F: \Omega \rightarrow R^m$ 的 m 维目标函数. R^m 为目标空间.

定义 1 (个体的 Pareto 支配关系) 有两个个体 $x, y \in R^m$, 称 x 支配 y , 记为 $x > y$, 当

- (1) x 的所有目标不比 y 差, 即 $x_i \leq y_i, i \in \{1, 2, \dots, m\}$;
- (2) x 至少存在一个子目标比 y 好, 即 $\exists j \in \{1, 2, \dots, m\}, stx_j < y_j$.

2 相关工作

2.1 偏好关系模型

Jaszkiewicz 等^[12] 提出一种复杂的局部偏好关系模型. 模型中, 需要决策者给出起始点、终止点、无差别阈值向量、偏好阈值向量、否决阈值向量. 本文采用简化的局部偏好关系模型^[13], 如图 1 所示:

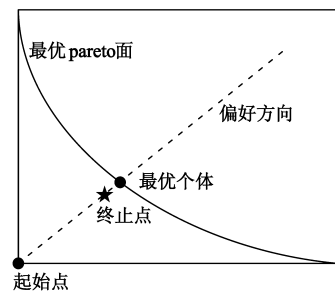


图1 偏好关系模型

2.2 基于分解的多目标进化算法 (MOEA/D)

将多目标优化问题转化为单目标优化问题是用数学规划方法求解多目标问题的基本策略. Zhang 和 Li 等^[11] 将用数学规划方法和进化算法相结合, 提出了基于分解的多目标进化算法 (MOEA/D). 该算法利用数学规划方法求解多目标问题的基本策略将多目标优化问题转化为单目标优化问题.

MOEA/D 将多目标优化问题分解为一组单目标子问题并为每个子问题分配一个个体, 由各子问题上的个体组成初始种群, 通过并行进化种群来优化所有子问题. 由于相邻子问题之间存在对彼此进化有利的信息, MOEA/D 基于权重向量间的欧式距离建立子问题的邻域, MOEA/D 通过邻域内交叉变异产生新的个体. 基于邻域的进化是 MOEA/D 的有效搜索机制之一. 在进化过程中, 优势基因一旦被某个子问题搜索到, 就会

在邻域内扩散,因此通过相邻子问题的信息搜索到优秀解的可能性更高.

其中常用的分解方法总结为以下三种:权重聚合 (Weighted Sum)、切比雪夫 (Tchebycheff) 和基于惩罚的边界交叉 (Penalty-based Boundary Intersection, PBI).

(1) Weighted Sum 分解方法:

$$\min g^{ws}(\vec{x} | \vec{\lambda}) = \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(\vec{x}) \quad (1)$$

其中, $\vec{x} \in \Omega$, m 为目标个数, 为一组权重向量. $\forall \lambda_i > 0$, 且 $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$.

(2) Tchebycheff 分解方法:

$$\min g^{tche}(\vec{x} | \vec{\lambda}, z^*) = \max_{1 \leq i \leq m} \{ \lambda_i |f_i(\vec{x}) - z_i^*| \} \quad (2)$$

其中, $z^* = \min \{ f_i(\vec{x}) | \vec{x} \in \Omega \}$, $i \in (1, 2, \dots, m)$.

(3) PBI 分解方法:

$$\min g^{pbi}(\vec{x} | \vec{\lambda}, z^*) = d_1 + \theta d_2$$

$$d_1 = \frac{\| (z^* - F(\vec{x}))^T \vec{\lambda} \|}{\| \vec{\lambda} \|} \quad (3)$$

$$d_2 = \| F(\vec{x}) - (z^* - d_1 \vec{\lambda}) \|$$

其中, $\theta > 0$ 为预设参数.

2.3 G 支配关系

Molina 等^[9]提出的 G-dominance 方法, 该方法是以参考点作为偏好信息的载体, 将 Pareto 支配关系重新定义, 放松了 Pareto 支配关系的定义, 从而提出了一个更加简便、灵活的支配关系, 有利于偏好信息的提取以及获取偏好区域.

定义 2 (G-dominance) 已知两个点 $A, B \in R^p$, 如果满足下列条件之一, 即称 A G-dominance B , 记为 $A <_g B$:

- (1) $Flag_g(A) > Flag_g(B)$;
- (2) 对于 $\forall i = 1, 2, \dots, p, A_i \leq B_i$, 满足 $Flag_g(A) > Flag_g(B)$, 那么至少存在一个 j 使得 $A_j < B_j$.

$Flag_g(w)$ 的定义如下:

$$Flag_g(w) = \begin{cases} 1, & w_i \leq v_i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, p \\ 1, & v_i \leq w_i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, p \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

其中, $v \in R^p$ 为参考点, $w \in R^p$ 是目标空间中的任意点, P 为目标个数. 上述定义将目标空间划分为两部分 $Flag = 1$ 和 $Flag = 0$. 算法的优点在于, 当参考点在可行域或在不可行域, 都不影响算法的收敛性效果. 如图 2 所示.

通过定义可以知道, 当 PM 给定的参考点在可行域或不可行域时, G-dominance 收敛性能是较好的. 但是当参考点落在 Pareto 面上或者离 Pareto 面非常近的时候,

此时整个种群聚集在一起, 因为进化算法为随机算法, 只有基于一定的概率产生和参考点相同或非常近的个体时, 算法才会收敛, 相反算法就会不收敛. 整个种群一直在参考点和最优解之间不断的进化和退化, 这就是 G-dominance 存在的缺陷和不足, 如图 3 所示.

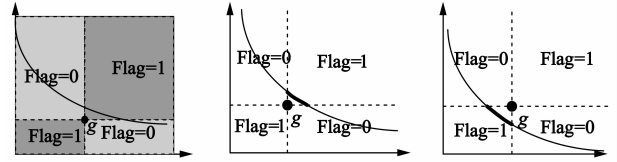


图2 参考点 g 在不可行域与可行域对应 Flag 值的示意图

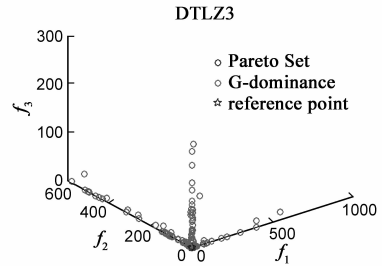


图3 当参考点在 Pareto 面上时, G-dominance 在 DTLZ3 上的结果

2.4 R 支配关系

Lamjed Ben Said 等^[10]提出的 R-dominance 方法, 能将 Pareto 非支配集转化为一组严格的偏序集, 这种支配关系能引导算法快速的搜索到决策者喜欢的偏好区域.

定义 3 (R-dominance) 已知种群 P , 参考点 g , 权重向量 w , $x, y \in R^p$ 满足以下条件之一, 称个体 x R-dominance y , 记为 $x <_r y$:

- (1) x Pareto 支配 y , $x < y$;
- (2) x 和 y Pareto 互不支配时, $D(x, y, g) < -\delta$, $\delta \in [0, 1]$

其中:

$$D(x, y, g) = \frac{Dist(x, g) - Dist(y, g)}{Dist_{\max} - Dist_{\min}} \quad (5)$$

$$Dist_{\max} = \text{Max}_{z \in P} Dist(z, P) \quad (6)$$

$$Dist_{\min} = \text{Min}_{z \in P} Dist(z, P) \quad (7)$$

距离公式采用 Deb 采用的加权欧式距离^[14]:

$$Dist(x, g) = \sqrt{\sum_{i=1}^M w_i \left(\frac{f_i(x) - f_i(g)}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} \right)^2} \quad (8)$$

$$w_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^M w_i = 1$$

g 为参考点, $\delta \in [0, 1]$ 为临界值.

R-dominance 存在一个缺点, 在于当参考点落在可行域时, 将严重影响算法的收敛性能. 由式 (5) 可知, 当参考点落在可行域, 算法将引导种群向参考点进行搜素, 其偏离了算法的搜索方向, 从而达不到最终的偏好

区域,也就是说算法性能对参考点的位置信息比较的敏感,将严重的影响决策者的最终决策,如图 4 所示.

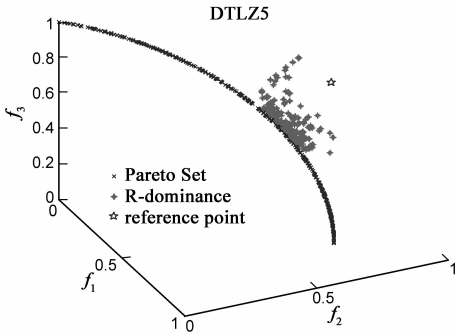


图4 当参考点在可行域时,R-dominance在DTLZ5上的结果

3 基于偏好信息的 MOEA/D 模型

模型首先将参考点的位置关系转化为方向向量,然后通过边界点来获取偏好区域的大小,从而避免了参考点位置信息对算法的影响,而且提供了个体进化的方向. 针对于决策者的不同的偏好信息,下面给出了两种具体的模型,参考点不动和运动的偏好模型以及偏好区域大小变化的偏好模型.

3.1 参考点不动和运动的偏好 MOEA/D 模型

对于基于分解的多目标进化算法,怎么给予问题指定相关权重是 MOEA/D 的关键问题,因为基于分解的多目标进化算法就是将多目标优化问题通过子问题分解,将其转化为单目标问题. 本文通过 PM 给定的参考点 $A^*(f_1^*, f_2^*, \dots, f_m^*)$ 与原点 $O(0, 0, \dots, 0)$ 的连线确定偏好区域方向,连线经过面 $S: f_1 + f_2 + \dots + f_m = 1$, 交点 $A' = (f_1', f_2', \dots, f_m')$ 为 A^* 在面 S 的映射点. 通过决策者给定的偏好区域大小半径 ε 以及映射到偏好区域内的权重向量,该模型将参考点的位置信息成功转化为权重向量,因此此时参考点所在位置与算法无关了,因为它在权重向量的线上. 如图 5、图 6 所示.

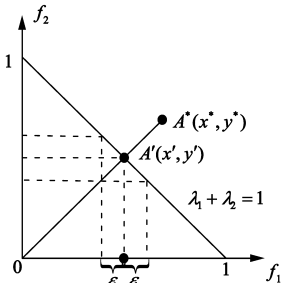


图5 二维示意图

通过二维和三维的图形,总结可以得到高维的模型.

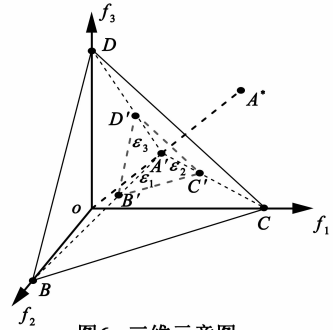


图6 三维示意图

第一步:求参考点对应的映射点.

PM 给定参考点 $A^*(f_1^*, f_2^*, \dots, f_m^*)$, 设映射点 $A'(f_1', f_2', \dots, f_m')$ 则:

$$\begin{cases} \frac{f_1^*}{f_1'} = \frac{f_2^*}{f_2'} = \dots = \frac{f_m^*}{f_m'} \\ f_1' + f_2' + \dots + f_m' = 1 \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可求得参考点对应的映射点 A' 为:

$$f_i' = f_i^* / \sum_{i=1}^m f_i^*, i \in [1, m] \quad (10)$$

第二步:设定偏好区域.

如上图 6 所示,由 PM 给定一个偏好区域大小半径 $\varepsilon \in [0, 1]$, 通过每维边界点 B' 、 C' 、 D' 和映射点 A' , 确定偏好区域大小,可以依据参考者的意愿,任意设定,如式(11)所示:

$$\begin{cases} A'B' = \varepsilon_1 \cdot A'B \\ A'C' = \varepsilon_2 \cdot A'C \\ A'D' = \varepsilon_3 \cdot A'D \end{cases} \quad (11)$$

第三步:在偏好区域获取权重.

由第二步设定好偏好区域的范围之后,可以通过任意的确定性算法确定好权重值,即在映射点的周围产生所需的点集.

Indraneel Das^[15] 等人提出的标准边界交叉文章中,有一种求解权重的方法. 通过设定每维的步长和节点个数,循环迭代获取一组均匀的权重. 如图 7 所示.

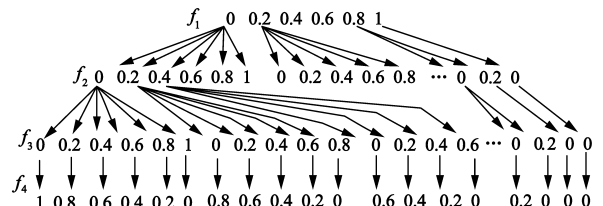


图7 四维步长为0.2的权重向量树形示意图

但是,该方法存在一个缺点,当映射点在空间的边界点时,产生的点落在了偏好区域之外,因此增加了大量的逻辑判断,从而增加了算法的复杂度和运算开销,

尤其在多维多目标算法中,更加的显著。

第四步:由 MOEA/D 算法求解多目标优化问题。

基于参考点运动的偏好多目标分解进化算法模型,在此基础上通过修改参考点对应的映射点来改变权重向量以实现该模型。

3.2 偏好区域大小变化的模型

当 DM 对偏好区域大小有一定的要求的时候,很多的算法都没有考虑到这一点,得到的偏好区域大小随着参考点地移动而显著变化,而得不到稳定的偏好区域。基于此本文给出了一个简单稳定可控的偏好区域模型,如图 8 所示。

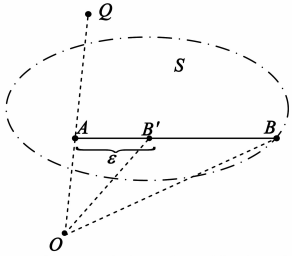


图8 偏好区域大小变化模型示意图

由于不动参考点的 MOEA/D 模型可知,当确定偏好区域后,在区域中设定均匀的权重向量,算法可以得到相应的偏好区域。因此模型转化为求偏好区域的边界点。

通过参考点 Q 、原点 O 、边界点 B , 获取偏好区域边界 B' 的坐标。

由式(9)(10)可以得到参考点 Q 对应的在面 S 上的映射点 A 的坐标: 易知:

$$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB} \quad (12)$$

可得偏好区域边界点 B' 的坐标。由向量变换可得:

$$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OA} + \frac{\varepsilon}{|\vec{AB}|} \cdot \vec{AB} \quad (13)$$

通过 $\varepsilon' \sim \frac{\varepsilon}{|\vec{AB}|}$ 的映射,式(13)可以转化为:

$$\vec{OB'} = \vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OA} + \varepsilon' \cdot \vec{AB} \quad (14)$$

其中 $\varepsilon' \in [0, 1]$ 。

针对于 DM 要求的不同偏好区域,得到的偏好区域如下图 9 所示。

该模型可以通过动态设置偏好区域参数 ε 来调整权重向量,从而获取不同大小的偏好区域,有利于决策者选择。

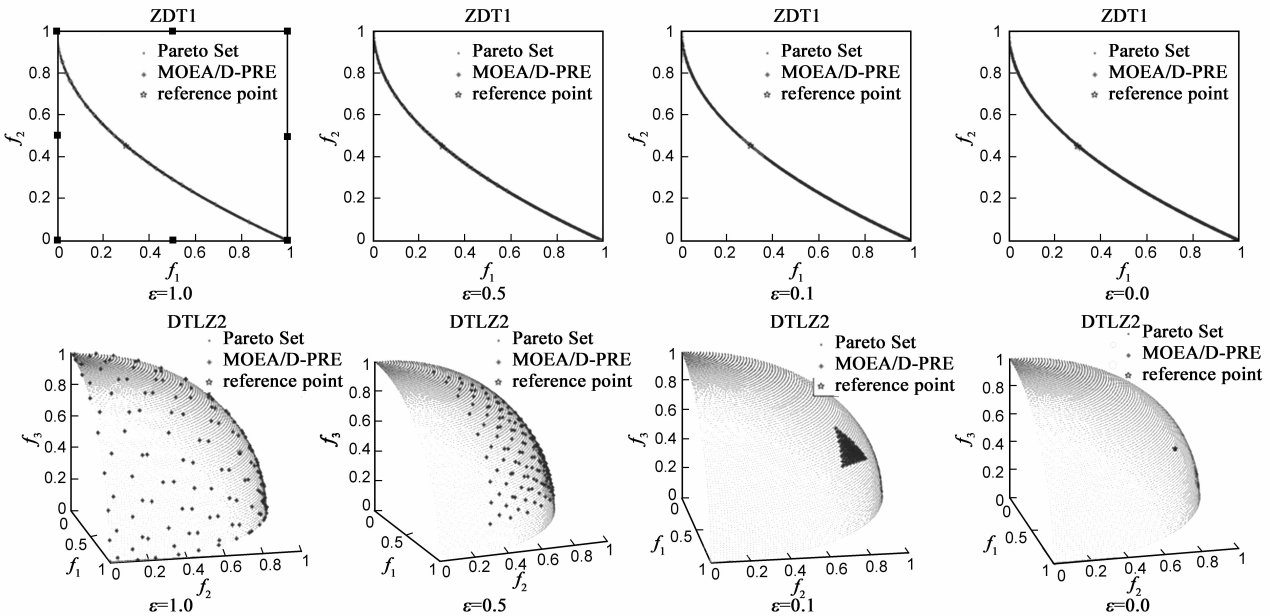


图9 不同偏好区域参数 ε 下获取的偏好区域实验图

3.3 权重获取方法—权重迭代法

通过对标准边界交叉算法的分析,本文给出了一种权重迭代获取权重的迭代方法。

第 1 步:计算参考点 $A(f_1, f_2, \dots, f_m)$ 在面 $S: f_1 + f_2 + \dots + f_m = 1$ 上的映射点 A' 。

第 2 步:获取面 $f_1 + f_2 + \dots + f_m = 1$ 上的每维边界点集 F , 如图 10 三维情况下边界点为 $B(1, 0, 0)$,

$C(0, 1, 0), D(0, 0, 1)$ 。

第 3 步:由 PM 给定一个偏好区域大小半径 ε , 将每维边界点点集 F 和映射点 A' 合并为点集 F' , 由 F' 和 ε 确定偏好区域大小。得到偏好区域的边界点集。三维情况下如上图可得到 B', C', D' 。由向量 $\vec{OB'} = \vec{OB} + \varepsilon \vec{OA'}$, 可得 B' 点的坐标, 以此可知 B', C', D' 点的坐标值。

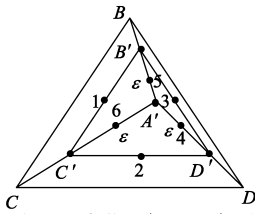


图10 三维获取权重示意图

第4步:由点集 F' 个体两两交叉求中点,获取新的点集 K, F' 与 K 两两交叉获取中点解集 K' ,将 F' 与 K 合并更替 F' ,即 $F' = F' \cup K, F'$ 再与 K' 产生中点集 K'' ,更新 $K' = K''$,交替更新直到 K' 点集大小达到种群大小.如图10,由点集 $F' = (A', B', C', D')$ 两两交叉得到中点集 $K = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$,再由 F' 与 K 两两交叉得到中点集 $K', F' = F' \cup K, K = K'$,再进行 F' 与 K 两两交叉,不断交替更新.最终得到一组均匀的权重向量.

权重迭代法简单容易实现,所有的点都在偏好区域内,且所有的点都落在凸多边形中,满足权重要求.同时还可以获取一组比较均匀的权重向量.如图11所示.

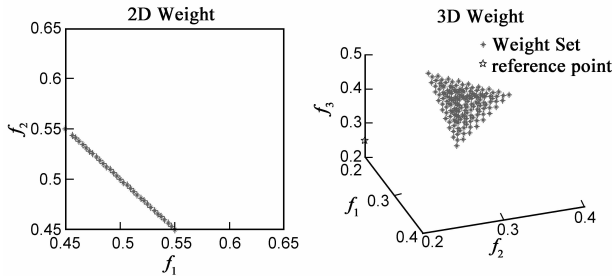


图11 二维和三维权重示意图

4 算法框架

算法的时间复杂度主要在于求解边界和迭代更替,时间复杂度为 $O(m^2)$, m 为目标个数,迭代更替的时间复杂度为 $O(n \cdot m)$, m 为目标维数, n 为种群大小.

本文首先结合决策者的偏好信息(参考点信息),利用权重迭代方法初始化一组均匀权重向量,对偏好区域进行映射,从每个权重对应的子问题邻域中进行个体之间的交叉变异,当产生优秀的个体时替换当前个体,依次重复直到满足终止条件,输出最优解.具体算法如下所示:

算法1 基于权重迭代的偏好多目标分解算法(MOEA/D-PRE)

输入: MOP :多目标优化问题; $A(f_1, f_2, \dots, f_m)$:参考点; ε :偏好区域大小半径; N :种群大小

输出: EP

1:Step1 初始化

2:Step1.1 $EP = \emptyset$,计算参考点对应的映射点 A'

3:Step1.2 由权重迭代法计算权重向量 λ ,计算 $NS|NS$ 为子问题邻域大小

4:Step2 更新

5:FOR $i = 1$ TO N DO

7:更新 ε ,更替权重向量(非必要)

8:Step2.1 基因重组:从子问题邻域中随机选取两个个体 \vec{x}_k 与 \vec{x}_l ,交叉变异后产生 y

9:Step2.2 修正解 y 产生 y'

10:Step2.3 更新解

11: y' 当前子问题中对应的个体 y^*

12:IF y' 比 y^* 优秀 THEN

13: y' 替换 y^*

14:END IF

15:更新参考点 $A(f_1, f_2, \dots, f_m)$ (非必要)

16:END IF

17:Step3 终止条件

18:IF 终止条件满足 THEN

19:停止并输出 EP

20:ELSE 转 Step2

21:END IF

算法中交叉变异算子终止条件可以自由设定,不影响算法的框架.其中算法的主要的时间复杂度在于 Step1 和 Step2. Step1 的时间复杂度在于权重迭代,复杂度为 $O(n \cdot m)$,而 Step2 的时间复杂度为 $O(n^2)$. 所以总的复杂度为 $O((n \cdot m + n) \cdot n)$.

5 实验结果与分析

5.1 实验参数设置

实验考虑参考点在 Pareto 面上和在可行域两种情况,算法 MOEA/D-PRE 采用 MOEA/D 中的边界交叉(Penalty-based Boundary Intersection, PBI)分解方法,参数 $\theta = 5$. 本文选择常用的测试函数:ZDT 系列测试函数^[16],DTLZ 系列测试函数^[17].

其中 ZDT 系列测试函数设置种群大小为 100,变量维数为 30,交叉概率为 0.99,变异概率为 0.1,最大运行代数数为 500(其中 ZDT4 为 1500 代,ZDT6 为 1200 代). DTLZ 系列测试函数设置种群大小为 200,变量维数为 12,交叉概率为 0.99,变异概率为 0.1,最大运行代数数为 500. 每一维的偏好区域大小都统一设定为 $\varepsilon = 0.1$,参考点的设置如下表 1 所示.

5.2 对比实验

算法对每个测试函数独立运行 30 次,结果取平均值.所有试验为了证明算法的收敛性能,本文采用 GD^[18] 指标来估计算法的最终边界和全局 Pareto 最优面的趋近距离.

表 1 参考点设置

测试函数	在 Pareto 面上	在可行域
ZDT1	(0.3, 0.45)	(0.4, 0.55)
ZDT2	(0.6, 0.64)	(0.7, 0.8)
ZDT3	(0.24, 0.28)	(0.4, 0.4)
ZDT4	(0.3, 0.45)	(0.5, 0.5)
ZDT6	(0.6, 0.64)	(0.7, 0.8)
DTLZ1	(0.1, 0.2, 0.2)	(0.25, 0.25, 0.25)
DTLZ2	(0.4, 0.8, 0.45)	(0.8, 0.8, 0.8)
DTLZ3	(0.4, 0.8, 0.45)	(0.8, 0.8, 0.8)
DTLZ4	(0.5, 0.5, 0.7)	(0.6, 0.6, 0.8)
DTLZ5	(0.4, 0.4, 0.82)	(0.7, 0.7, 0.9)
DTLZ6	(0.3, 0.3, 0.9)	(0.7, 0.6, 0.6)

$$GD = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_i^2}}{n} \quad (15)$$

其中, n 为解集中的个体数, d_i 为每个个体到全局最优面的最小欧几里得距离. GD 值越小, 解集越靠近 Pareto 最优面, 从而表明算法的收敛性越好.

针对 ZDT 系列测试函数, 本文设计了 10 组对比实验, 考虑参考点设置在 Pareto 面上以及可行域内两种情况, 将 MOEA/D-PRE 和 G-dominance、R-dominance 进行实验比较, 表 2 和表 3 给出 ZDT 系列测试函数的 GD 实验指标值.

通过表 2 和表 3 给出的 GD 指标对应的均值和方差可知, MOEA/D-PRE、G-dominance 以及 R-dominance 在测

试问题 ZDT1、ZDT2、ZDT3 上都收敛得比较好, 都找到了参考点所对应的的偏好区域. 但是从表 2 还可以知道, 当参考点在 Pareto 面上时, R-dominance 在这三个测试问题上没有 G-dominance 和 MOEA/D-PRE 好, 同时 MOEA/D-PRE 又要比 G-dominance 要好. 可知对于相对简单的测试问题上, 参考点的位置信息影响了 R-dominance 和 G-dominance 的收敛性能. 这是由于支配关系存在的缺陷所导致的, 即以参考点作为信息引导, 采用加权欧式距离或者放松 Pareto 支配关系都会影响算法的收敛. 而采用本文通过权重迭代映射偏好区域的方法, 可以避免参考点位置信息的影响, 因为基于原点和参考点的向量是不会因为参考点而改变的.

通过表 2 和表 3 给出的 GD 指标对应的均值和方差可知, MOEA/D-PRE、G-dominance 和 R-dominance 在测试问题 ZDT1、ZDT2、ZDT3 上都收敛得比较好, 都找到了参考点所对应的偏好区域. 但从表 2 还可以知道, 当参考点在 Pareto 面上时, R-dominance 在这三个测试问题上没有 G-dominance 和 MOEA/D-PRE 好, 同时 MOEA/D-PRE 又要比 G-dominance 要好. 可知对于相对简单的测试问题上, 参考点的位置信息影响了 R-dominance 和 G-dominance 的收敛性能, 这是由于支配关系存在的缺陷所导致的, 即以参考点作为信息引导, 采用加权欧式距离或者放松 Pareto 支配关系都会影响算法的收敛.

表 2 当参考点在 Pareto 面时的 GD 指标

		G-dominance		R-dominance		MOEA/D-PRE	
		Average value	variance	Average value	variance	Average value	variance
Instances	ZDT1	8.05E-05	1.97E-08	3.0E-04	9.60E-08	4.00E-06	1.34E-13
	ZDT2	5.02E-04	1.88E-07	1.73E-03	1.77E-06	4.61E-06	1.71E-13
	ZDT3	3.08E-05	6.65E-10	9.25E-03	3.24E-05	7.86E-06	5.25E-13
	ZDT4	4.46E-01	2.88E-02	2.75E-01	2.79E-02	4.49E-02	3.04E-06
	ZDT6	1.87E-02	3.33E-04	8.33E-05	1.177E-10	4.81E-03	1.32E-06

表 3 当参考点在可行区域时的 GD 指标

		G-dominance		R-dominance		MOEA/D-PRE	
		Average value	variance	Average value	variance	Average value	variance
Instances	ZDT1	6.04E-05	2.40E-10	3.90E-05	1.46E-09	3.96E-06	6.76E-14
	ZDT2	7.72E-05	5.73E-10	3.45E-05	2.05E-09	4.58E-06	1.49E-13
	ZDT3	2.30E-05	1.12E-11	2.37E-05	1.60E-10	7.23E-06	8.05E-12
	ZDT4	5.15E-01	1.01E-01	2.51E-01	2.51E-02	4.44E-03	4.12E-06
	ZDT6	8.34E-03	1.72E-04	8.18E-05	7.50E-11	5.78E-03	3.49E-09

而采用本文通过权重迭代映射偏好区域的方法, 可以避免参考点位置信息的影响, 因为基于原点和参考点的向量是不会因为参考点而改变的.

从表 2、3 和对比实验图 12 可知, 特别在 ZDT4 测试问题上 G-dominance 和 R-dominance, 完全没有收敛. 对于比较复杂的测试问题, 放松支配关系和加权欧氏距离严

重影响了算法的搜索性能, 最终导致了算法的不收敛. 在 ZDT6 测试问题上, G-dominance 也完全没有收敛, R-dominance 收敛比较好. 但是当参考点在可行域中时, 由偏好关系模型可知, 原点和参考点的射线没有经过 R-dominance 获取到的偏好区域, 因而不能提供满足决策者所想要的信息. 因此 MOEA/D-PRE 尽管没有 R-dominance 收

敛那么好,但是满足的了决策者所需要的信息.

综合表 2 和 3 可知,MOEA/D-PRE 要比 G-dominance 和 R-dominance 更能满足决策者需要的信息. 并且 ZDT 系列测试问题算法都收敛了,因此 MOEA/D-PRE 的性能也比较的稳定.

针对 DTLZ 系列测试问题,本文进行 12 组对比实验,同时考虑了参考点在 Pareto 面上和在可行域两种情况. MOEA/D-PRE、G-dominance 以及 R-dominance 的 GD 指标对比试验如表 4 和表 5 所示.

由表 4 和表 5 可知,算法 MOEA/D-PRE、G-dominance 和 R-dominance 在 DTLZ2 和 DTLZ4 的测试问题上都有较好的收敛效果. 但是从表可知 MOEA/D-PRE 相比而言有更好的收敛效果. 而在 DTLZ1、DTLZ3、DTLZ6 比较难以搜索到 PF 的测试问题上,G-dominance 完全没有

收敛,这是因为 G-dominance 算法本身只提供了参考点的引导信息,受到参考点的位置关系的影响,导致算法向参考点进化,但是当参考点在可行域或在 Pareto 面上时,很容易让算法进入局部搜索,最终使得算法不收敛.

而 R-dominance 在 DTLZ1 和 DTLZ3 上都收敛了,而且当参考点在可行区域时,收敛效果还要比 MOEA/D-PRE 效果更好. 但是通过实验图 12 可知,R-dominance 所获得的偏好区域并不能满足决策的要求,而算法 R-dominance 虽然收敛了但是所获取的是整个 PF. 并不满足偏好关系. 当参考点在可行域时,在 DTLZ5 和 DTLZ6 上,R-dominance 没有收敛. 实验证明了 R-dominance 支配关系的不足,当参考点在可行域时,加权欧式距离会引导种群往参考点靠近,进而导致算法无法收敛.

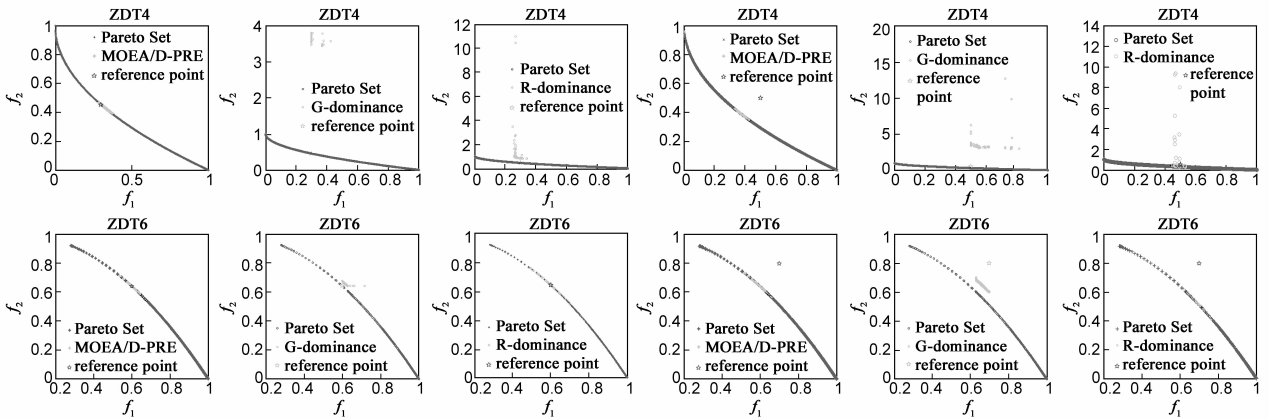


图 12 参考点在 Pareto 面上和可行域中在 ZDT4 和 ZDT6 上的对比试验

表 4 当参考点在 Pareto 面时的 GD 指标

		G-dominance		R-dominance		MOEA/D-PRE	
		Average value	variance	Average value	variance	Average value	variance
Instances	DTLZ1	5.32E-00	9.65E-01	5.06E-03	6.71E-05	1.53E-05	4.68E-10
	DTLZ2	1.82E-06	2.02E-13	8.66E-03	1.46E-06	6.69E-07	1.46E-14
	DTLZ3	1.82E+01	1.65E+01	1.28E-02	3.97E-03	1.13E-04	4.66E-08
	DTLZ4	7.58E-05	2.68E-08	3.80E-04	5.55E-09	1.25E-06	4.09E-13
	DTLZ5	6.48E-06	1.34E-10	5.68E-03	9.96E-07	3.33E-09	7.83E-19
	DTLZ6	5.72E-03	1.28E-06	3.99E-03	3.28E-06	3.36E-18	2.28E-37

表 5 当参考点在可行区域时的 GD 指标

		G-dominance		R-dominance		MOEA/D-PRE	
		Average value	variance	Average value	variance	Average value	variance
Instances	DTLZ1	4.94E-00	1.73E-04	1.73E-02	2.75E-05	2.07E-03	7.96E-05
	DTLZ2	7.82E-04	2.53E-09	7.57E-05	2.50E-10	6.71E-07	9.70E-15
	DTLZ3	1.95E+01	1.53E+01	1.88E-02	5.45E-03	5.87E-05	1.04E-08
	DTLZ4	3.07E-04	7.70E-09	2.48E-03	2.99E-09	1.41E-06	1.64E-12
	DTLZ5	1.06E-04	2.71E-10	6.20E-06	4.16E-11	3.82E-09	1.43E-18
	DTLZ6	1.25E-02	3.10E-05	3.95E-03	1.87E-06	1.38E-03	8.13E-14

综合表 4 和表 5 以及图 13 可知,算法 MOEA/D-PRE 在 DTLZ 系列测试问题上有很好的收敛性,而且能够很

好地满足决策者的要求,得到想要的偏好区域. 算法性能比较稳定,不因参考点的位置信息而改变. 因此在 DTLZ

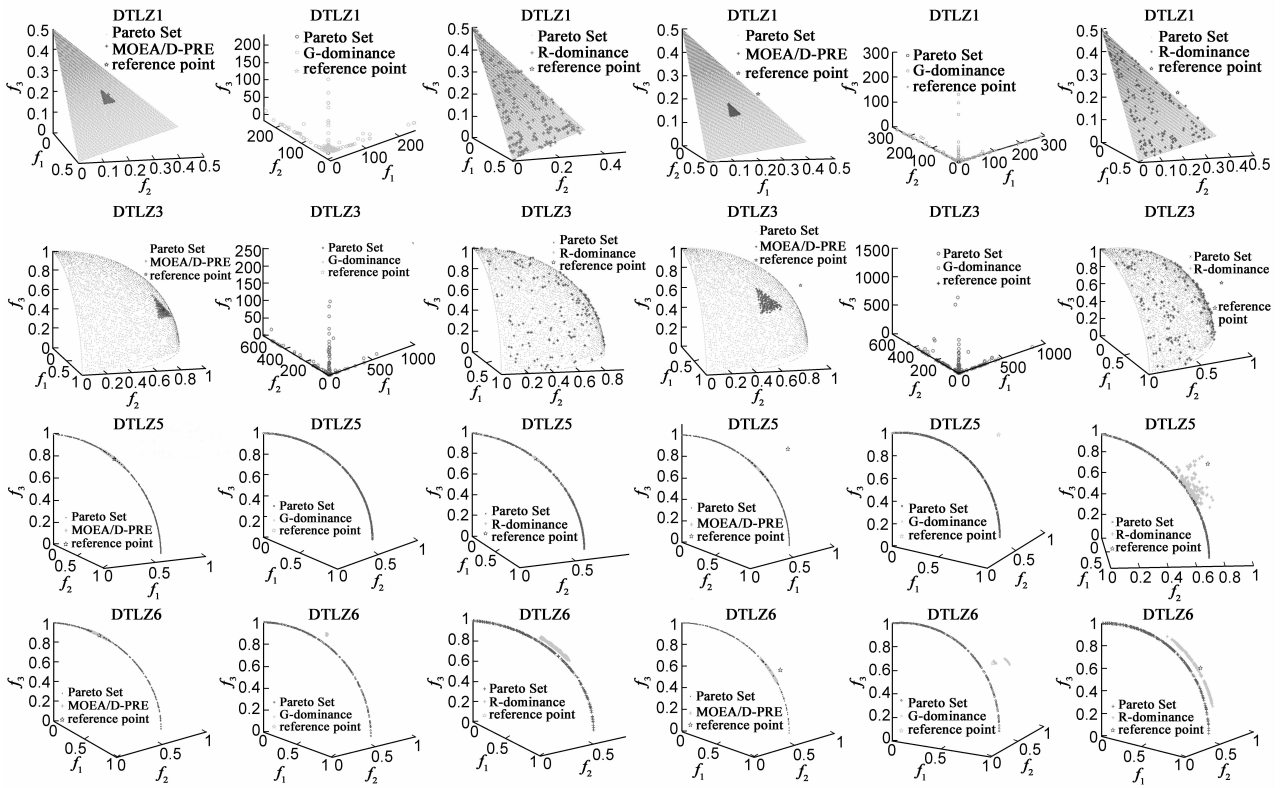


图13 参考点在Pareto面上和可行域中在DTLZ测试问题上的对比实验

测试问题上 MOEA/D-PRE 相比之下有更好的表现.

6 总结

偏好多目标进化算法重点是要准确的表达决策者的偏好信息,并最终获得偏好区域内的最优解集,本文对此进行了比较深入的研究,主要工作可以概括为以下 3 个方面:

- (1)通过对偏好信息的深入分析,提出了一个偏好区域的变化模型,更简单准确的表达决策者的偏好信息.
- (2)通过实验证明了参考点所处位置信息严重影响算法 G-dominance 和 R-dominance 的性能.
- (3)采用权重迭代法引导搜索过程,避免了算法陷入局部最优同时保证解集具有较好的分布性. 本文算法与 MOEA/D 结合,能够避免参考点的位置对算法性能的影响,保证了算法的收敛性与参考点的位置无关. 并与 G-dominance、R-dominance 方法对比,实验结果表明了该算法具有很好的收敛性.

本文提出了一种基于权重迭代的偏好多目标分解算法(MOEA/D-PRE),主要利用权重迭代方法获取一组均匀的权重向量,对偏好区域进行映射,使得算法在进化过程中,不用考虑参考点的位置对算法性能的影响,另外提出了一种稳定可控的偏好区域模型,能响应决策者设置任意大小的偏好区域. 通过对比实验表明该算法具有较

好的收敛性和分布性,同时给出了满足决策者不同要求的算法模型.

尽管在处理高维多目标优化问题之上,存在很多优秀算法^[19,20],能比较好的解决许多高维问题. 但是,随着目标维数的增加,非支配解的数目成指数级增加,收敛压力减小,从而不利于算法的收敛. 因此,加入有效的偏好信息,将利于算法性能的进一步提升. 所以,把偏好信息融入高维问题将是我们的未来的研究重点.

参考文献

- [1] Davarynejad M, Vrancken J, van den Berg J, et al. A fitness granulation approach for large-scale structural design optimization[A]. Variants of Evolutionary Algorithms for Real-World Applications[M]. Berlin Heidelberg: Springer, 2012. 245-280.
- [2] 李密青,郑金华. 一种多目标算法解集分布广度评价方法[J]. 计算机学报, 2011, 34(4): 647-664.
Li Miqing, Zheng Jinhua. An indicator for assessing the spread of solutions in multi-objective evolutionary algorithms[J]. Chinese Journal of Computers, 2011, 34(4): 647-664. (in Chinese)
- [3] Sindhya K, Deb K, Miettinen K. Improving convergence of evolutionary multi-objective optimization with local search: a concurrent hybrid algorithm[J]. Natural Computing,

- 2011,10(4):1407-1430.
- [4] 崔逊学,林闯.一种基于偏好的多目标调和遗传算法[J].软件学报,2005,16(5):761-770.
Cui Xunxue, Lin Chuang. A preference-based multi-objective concordance genetic algorithm [J]. Journal of Software, 2005, 16 (5) :761-770. (in Chinese)
- [5] Deb K, Sundar J, Rao N U B, et al. Reference point based multi-objective optimization using evolutionary algorithms[J]. International Journal of Computational Intelligence Research, 2006, 2(3):273-286.
- [6] Fonseca C M, Fleming P J. Multi-objective genetic algorithms made easy: selection sharing and mating restriction[A]. Proc of the 1st IEEE International Conference on Genetic Algorithms in Engineering Systems; Innovations and Applications [C]. Sheffield, UK, 1995. 42-52.
- [7] Cvetkovic D, Parmee I C. Genetic algorithm based multi-objective optimization and conceptual engineering design [A]. Proc of the Congress on Evolutionary Computation [C]. Washington, USA, 1999. 1:29-36.
- [8] Cvetkovic D, Parmee I C. Preferences and their application in evolutionary multi-objective optimization [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(1):42-57.
- [9] Molina J, Santana L V, Coello C A C, et al. G-dominance: reference point based dominance for multi-objective metaheuristics[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 197(2):685-692.
- [10] Ben Said L, Bechikh S, Ghédira K. The r-dominance: a new dominance relation for interactive evolutionary multi-criteria decision making[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2010, 14(5):801-818.
- [11] Zhang Q, Li H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2007, 11(6):712-731.
- [12] Jaszkiewicz A, Slowinski R. The light beam search approach: an overview of methodology and applications[J]. European Journal of Operation Research, 1999, 113(2):300-314.
- [13] K Deb, A Kumar. Light beam search based multi-objective optimization using evolutionary algorithms [A]. Proc of the IEEE Congress on Evolutionary Computation [C]. Singapore, 2007. 2125-2132.
- [14] Deb K, Sundar J, Udaya Bhaskara Rao N, et al. Reference point based multi-objective optimization using evolutionary algorithms[J]. International Journal of Computational Intelligence Research, 2006, 2(3):273-286.
- [15] Das I, Dennis J E. Normal-boundary intersection; a new method for generating the Pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems[J]. SIAM Journal on Optimization, 1998, 8(3):631-657.
- [16] Zitzler E, Deb K, Thiele L. Comparison of multi-objective evolutionary algorithms; empirical results [J]. Evolutionary Computation, 2000, 8(2):173-195.
- [17] Deb K, Thiele L, Laumanns M, Zitzler E. Scalable multi-objective optimization test problems [A]. Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation 2002 [C]. Piscataway, New Jersey, 2002. 825-830.
- [18] Van Veldhuizen D A, Lamont G B. Evolutionary computation and convergence to a Pareto front [A]. Proc of the Late Breaking Papers at the Genetic Programming Conference [C]. Madison, USA, 1998. 221-228.
- [19] Gacto M J, Galende M, Alcalá R, et al. METSK-HD e: a multiobjective evolutionary algorithm to learn accurate TSK-fuzzy systems in high-dimensional and large-scale regression problems[J]. Information Sciences, 2014, 276:63-79.
- [20] Miqing Li, Shengxiang Yang, Xiaohui Liu. Shift-based density estimation for Pareto-based algorithms in many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2014, 22(2):189-230.

作者简介



郑金华 男. 1963 年生于湖南邵阳, 现为湘潭大学信息工程学院教授、博士生导师、CCF 高级会员. 主要研究方向为进化计算、智能科学.

E-mail: jhzheng@xtu.edu.cn



喻果 男. 1987 年 8 月出生, 湖南宁乡人. 就读于湘潭大学信息工程学院. 主要研究方向为偏好多目标进化算法.

E-mail: yuguo0801@126.com